

# I.O. “LEONARDO DA VINCI” DI ACQUAPENDENTE

## SIMULAZIONE DELLA PROVA DI MATEMATICA DELL’ESAME DI STATO

**Indirizzi:** LI02 SCIENTIFICO

LI03 SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

*Si risolva uno dei due problemi e si risponda a 3 dei 6 quesiti.*

### Problema 1

Considera la famiglia di funzioni  $f_k : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definite da:

$$f_k(x) = \frac{x^2 - x + k}{x^2 + 1}$$

dove  $k$  è un parametro reale.

- 1 Determina il valore di  $k$  per cui la tangente al grafico della funzione nel suo punto d'intersezione con l'asse  $y$  passa per il punto di coordinate  $(-1, 2)$ .
- 2 Indica con  $f_1$  la funzione corrispondente al valore di  $k = 1$  determinato al punto precedente.  
Esegui lo studio completo della funzione  $f_1$ , individuando anche i punti di flesso, e tracciane il grafico. Dimostra che il grafico della funzione  $f_1$  è simmetrico rispetto a un punto, di cui devi specificare le coordinate.

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{1/4}^{3/4} f(x) dx$$

ed interpretare geometricamente il risultato ottenuto.

## PROBLEMA 2

Assegnato un numero reale positivo  $k$ , considerare le funzioni  $f$  e  $g$  così definite:

$$f(x) = \sqrt{x}(k - x)$$

$$g(x) = x^2(x - k).$$

1. Provare che, qualunque sia  $k > 0$ , nell'intervallo  $[0, k]$  il grafico di  $f$  ha un unico punto di massimo  $F(x_F, y_F)$  ed il grafico di  $g$  ha un unico punto di minimo  $G(x_G, y_G)$ . Verificare che si ha  $x_G = 2x_F$  e  $y_G = -(y_F)^2$ .
2. Verificare che, qualunque sia  $k > 0$ , i grafici delle due funzioni sono ortogonali nell'origine, vale a dire che le rispettive rette tangenti in tale punto sono tra loro ortogonali.
3. D'ora in avanti, assumere  $k = 1$  ed esegui lo studio completo della funzione, individuando anche i punti di flesso, e tracciane il grafico. Calcola l'area nell'intervallo  $[0, 8]$ .

## QUESITI

1. Stabilire se la funzione  $f(x) = \frac{1-x^2}{x-4}$  nell'intervallo  $[5;19]$  verifica le ipotesi del teorema di Rolle e in caso affermativo determinare il valore del punto  $c$ .
2. Data la funzione  $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$  determina per quale valore di  $k$ , con  $k > 0$ , la retta tangente al grafico della funzione nel suo punto di ascissa  $k$  passa per l'origine.
3. In un sistema di riferimento cartesiano nello spazio OXYZ sono dati i punti A(-3;4;0) B(-2;1;2). I tre punti O, A e B giacciono sul piano  $\pi$ . Determinare l'equazione del piano  $\pi$ .
4. Data la funzione  $f(x) = 3x^2 - 2x$  definita nell'intervallo  $[0, 2]$ , determina il valore della media integrale e individua il punto C in  $(0, 2)$  la cui esistenza è garantita dal teorema della media integrale.
5. Considera la parabola di equazione  $y = -x^2 + 4x$  e la retta  $y = x$ . Calcola l'area della regione finita di piano interamente delimitata dalle due curve.
6. Sia data la funzione  $f(x) = xe^{-x}$  Determina le coordinate del suo punto di massimo relativo.